

基于相对梯度正则化的 Retinex 变分模型及其应用

智宁, 毛善君, 李梅

(北京大学地球与空间科学学院, 北京 100871)

摘要: 针对全变分 Retinex 模型使用反射分量的全变分作为正则项存在的不足, 引入相对梯度并构建扩展的全变分正则项, 提出一种新的 Retinex 变分模型。相比于变分 Retinex 模型、全变分 Retinex 模型, 该模型获取的照度分量更加光滑, 同时反射分量能够分辨更多结构信息和细节要素。进而, 提出一种综合考虑照度分量和反射分量的图像增强模型。通过调整模型参数, 可有效应用于高动态范围图像色调映射、非均匀照度增强等图像处理领域。与其他算法的对比显示, 该图像增强模型能够有效处理上述问题并取得较好的效果。

关键词: Retinex 变分模型; 相对梯度; 综合增强模型; 高动态范围图像色调映射

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

Variational Retinex model based on an extension of TV regularization with relative gradient and its application

ZHI Ning, MAO Shan-jun, LI Mei

(School of Earth and Space Sciences, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: In view of the shortcomings of the total variational Retinex model which use the total variation (TV) of the reflection as the regularization. An extension of TV regularization with the concept of relative gradient was introduced and finally a new variational Retinex model was proposed. Compared with variational Retinex and total variational Retinex model, the proposed model can preserve the estimated reflectance with more details as well as the more smoothed illumination. Further, a new integrated image enhancement model considering both the illumination and the reflectance was proposed. By adjusting the model parameters, the proposed model can be effectively applied to high dynamic range image tone mapping and non-uniform illumination enhancement. Compared with other algorithms, the proposed model can better handle the above image enhancement problems.

Key words: variational Retinex model, relative gradient, integrated image enhancement model, HDR

1 引言

Retinex^[1,2]是基于人眼视觉系统提出的图像增强理论, 它能够有效地对图像细节进行增强, 同时保留图像的色彩信息。Retinex 理论的核心是通过去除图像的场景光照信息, 获取反射图像分量, 从而实现图像的增强。依据不同假设, 产生了众多相应的 Retinex 算法^[3,4], 包括基于路径的 Retinex 算法^[5]、基于随机采样的 Retinex 算法^[6,7]、基于中心

环绕的 Retinex 算法^[8,9]、基于偏微分方程的阈值 Retinex 算法^[10]以及基于变分的 Retinex 算法。

Kimmel 等^[11]于 2003 年提出了第一个变分框架的 Retinex 算法, 基于照度分量的空间平滑性的假设, 将 Retinex 模型中光照分量的估计转化为二次规划问题并进行求解。Ma 等^[12,13]假设反射分量对应于图像中变化剧烈的部分, 因此引入全变分正则项来对反射分量的进行求解。Ma 等^[14]在阈值梯度 (TG, threshold gradient)的基础上, 提出了 L_1 -Retinex

收稿日期: 2017-03-20; 修回日期: 2017-08-18

通信作者: 毛善君, sjmao@pku.edu.cn

基金项目: 国家重点研发计划基金资助项目 (No.2016YFC0801800)

Foundation Item: The National Key R&D Program of China (No.2016YFC0801800)

模型。该模型通过最小化反射分量与阈值梯度的之差的范数来获取图像的反射分量。Ng 等^[15]提出了一种 Retinex 全变分模型。该模型假设了反射分量具有分片常数的性质 (piecewise continuity), 因此, 属于有界变分 (BV, bounded variation) 的函数空间, 进而使用全变分来对反射分量进行正则化约束。Wang 等^[16]将非局部有界变分 (NLBV, nonlocal bounded variation) 技术引入到 Retinex 变分模型。它假设在非局部有界变分函数空间中, 反射分量包含了纹理分块的一个稀疏集, 从而使用非局部总变分来对反射分量进行正则化。Zosso 等^[17]给出了一个非局部 Retinex (non-local Retinex) 的统一框架。该框架引入非局部微分算子 (non-local differential operator), 并在它的基础上构建了基于阈值梯度的广义保真项, 从而对反射分量进行约束。最近, Dou 等^[18]假设照度分量在多数区域是空间平滑的, 但包含局部非平滑区域, 因此, 使用变指数函数 (variable exponent functional) 来对照度分量进行约束, 从而更加合理地估计照度分量。

本文分析了全变分 Retinex 模型使用反射分量的全变分作为正则项存在的不足, 同时借鉴 Ma 等^[14]使用阈值梯度构建反射分量正则项的思路, 将相对梯度的概念引入到 Retinex 模型, 提出一种新的 Retinex 变分模型。进而, 在传统的增强模型的基础上, 提出一种同时考虑反射分量和照度分量的图像综合增强模型, 并用于细节增强、高范围动态图像压缩、非均匀照度图像增强等图像处理领域。

2 Retinex 变分模型及讨论

2.1 变分 Retinex 基本理论

Retinex 理论假设一幅图像由场景的照度分量和物体对场景的反射分量组成, 并满足如式(1)的关系。

$$S(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x})L(\mathbf{x}) \quad (1)$$

其中, $S(\mathbf{x})$ 表示观察到的图像, $R(\mathbf{x})$ 表示反射分量, 对应图像细节变化剧烈的高频信息, $L(\mathbf{x})$ 表示照度分量, 对应场景光照变化缓慢的低频信息。为了便于计算, 通常在对数域中模型进行求解, 即

$$\text{lb}(S(\mathbf{x})) = \text{lb}(R(\mathbf{x})) + \text{lb}(L(\mathbf{x})) \quad (2)$$

$$s(\mathbf{x}) = r(\mathbf{x}) + l(\mathbf{x}) \quad (3)$$

其中, $s(\mathbf{x}) = \text{lb}(S(\mathbf{x}))$, $r(\mathbf{x}) = \text{lb}(R(\mathbf{x}))$, $l(\mathbf{x}) = \text{lb}(L(\mathbf{x}))$ 。

n 为底变分 Retinex 算法根据不同的先验假设,

将式(1)的求解转化为泛函最小化问题。第一个 Retinex 变分模型(V-Retinex 模型)由 Kimmel 等^[11]提出, 它可以表示为

$$l^* = \arg \min_l \int (|\nabla l|^2 + \alpha(l-s)^2 + \beta|\nabla(l-s)|^2) dx, \\ \text{s.t. } l \geq s, \langle \nabla l, \vec{n} \rangle = 0, \partial\Omega \quad (4)$$

其中, $|\nabla l|^2$ 保障照度分量的空间平滑性, $(l-s)^2$ 使反射分量与原图像充分接近, $|\nabla(l-s)|^2$ 表示一个贝叶斯惩罚项。 $\partial\Omega$ 为图像的边界, \vec{n} 为边界的法向量 (下同)。由式(4)可知, V-Retinex 模型是一个二次规划问题, 可以利用欧拉-拉格朗日方程进行求解。

Retinex 的全变分模型 (TV-Retinex 模型) 由 Ng 等^[15]于 2011 年提出。它假设反射分量具有分片常数的性质, 因此, 使用反射分量的全变分 (total variation) 作为正则项来构建模型。TV-Retinex 模型可以表示为

$$E(r, l) = \arg \min_{r, l} \int |Dr| + \frac{\alpha}{2} |\nabla l|^2 + \frac{\beta}{2} (l-r-s)^2 + \frac{\mu}{2} l^2 dx \quad (5)$$

其中, $(l-r-s)^2$ 为保真项, $|\nabla l|^2$ 对应于照度分量空间平滑性的假设, $|Dr|$ 对应于反射分量分片常数的性质, 最后一项 l^2 为经验项, 可以舍弃; α 、 β 、 μ 为正则化项系数, 均为正实数。然而, TV-Retinex 模型使用全变分来刻画反射分量存在不足, 本文将在 2.2 节对此进行讨论。

事实上, 除了使用反射分量的全变分作为正则项对模型进行约束外, 还有文献[14,17]通过其他方式来刻画反射分量。Ma 等^[14]提出的 L_1 -Retinex 模型比较有代表性, 其模型可以表示为

$$\hat{r} = \arg \min_r \int |\nabla r - \delta_t(\nabla r)| \\ = \arg \min_r \int \sqrt{(\nabla_x r - \tau_t(\nabla_x r))^2 + (\nabla_y r - \tau_t(\nabla_y r))^2} \quad (6)$$

其中, ∇r 为反射分量, $\delta_t(\cdot)$ 为作用在反射分量 r 的梯度的阈值函数。 L_1 -Retinex 模型假设反射分量对应于图像中梯度值较大的部分, 而照度分量对应于图像中梯度值较小的部分。通过使用阈值函数 $\delta_t(\cdot)$ 对图像梯度进行处理从而过滤较小的梯度值并保留较大的梯度值, 最终获取反射分量的目标梯度值。

2.2 TV-Retinex 模型存在问题及分析

TV-Retinex 模型假设反射分量具有分片常数的性质, 即反射分量的梯度在大部分区域接近于 0 而

在少数的区域存在较大的值，提出利用反射分量的全变分正则项对模型进行约束。在此，可以将全变分正则项看作为一种梯度域的稀疏性约束。具体地说，全变分正则项事实上假设图像中所有像素都服从一个拉普拉斯分布^[19]，其均值为 0，而方差与该正则项的系数有关。从另一个角度来看，全变分正则项实际上在使用零值作为未知梯度的预测值。

利用反射分量的全变分作为正则项来对反射分量进行约束是不足的。由于图像中大部分区域都是局部光滑的，因此使用拉普拉斯分布来对图像所有点的梯度进行刻画是合理有效的。但对于单独的像素点，这种全局的模型刻画便会失效。考虑一幅光照均衡的自然图像 I，其照度分量可认为恒为 1，因而可以将这幅图像本身看作为它的反射分量 R，如图 1 所示。选取图像的若干区域，除了图 1(b)选框中的光滑区域外，图像中还存在包含丰富纹理和明显边缘的区域，如图 1(c)和图 1(d)所示的纹理区域和边缘区域。在这些具有丰富纹理和明显边缘的区域，梯度值都非常大，很大程度上会偏离拉普拉斯分布的均值。因此，拉普拉斯分布不再适合刻画这些位置的梯度值，需要构造其他正则项来对反射分量进行约束。

受 L_1 -Retinex 模型启发，本文在阈值梯度的基础上引入相对梯度的概念，并构建与相对梯度相关的正则项，从而更加合理有效地对图像的照度分量和反射分量进行约束。

3 基于相对梯度正则化的 Retinex 变分模型

3.1 相对梯度及性质

L_1 -Retinex 模型假设反射分量的梯度与图像的锐利的细节如边缘等相关，为了约束反射分量的梯度值，该模型通过求解 $\hat{r} = \arg \min_r \int |\nabla r - \delta_l(\nabla r)|$ 获得对图像反射分量的估计。阈值梯度 $\delta_l(\nabla r)$ 通过保留图像中较大的梯度值、舍弃图像中较小的梯度值，从而抑制弃图像中的纹理内容并保留梯度值较大的边缘部分^[14]。

由于阈值函数仅考虑梯度的大小，而没有考虑梯度的方向，同时对于含噪声的图像不能很好地抑制，因此，本文引入相对梯度 (RG, relative gradient)^[20] 的概念，更好地保留图像高频的边缘细节而忽略图像纹理等内容。

令 $G = \{G_x, G_y\}$ 表示图像的原梯度，图像的相对梯度 $R = \{R_x, R_y\}$ 可以表示为

$$R_x(p) = G_x(p) \left(\text{reg} \left(\frac{1}{|V_x(p) + \varepsilon|} \right) \right) \quad (7)$$

$$R_y(p) = G_y(p) \left(\text{reg} \left(\frac{1}{|V_y(p) + \varepsilon|} \right) \right) \quad (8)$$

式(7)和式(8)中， $p \in R^2$ 表示图像的像素位置。 $\text{reg}(\cdot)$ 表示正则函数，可以是线性函数或对数函数，本文中将其定义为 $\text{reg}(x) = \ln(x + 1)$ 。 ε 为微小的扰

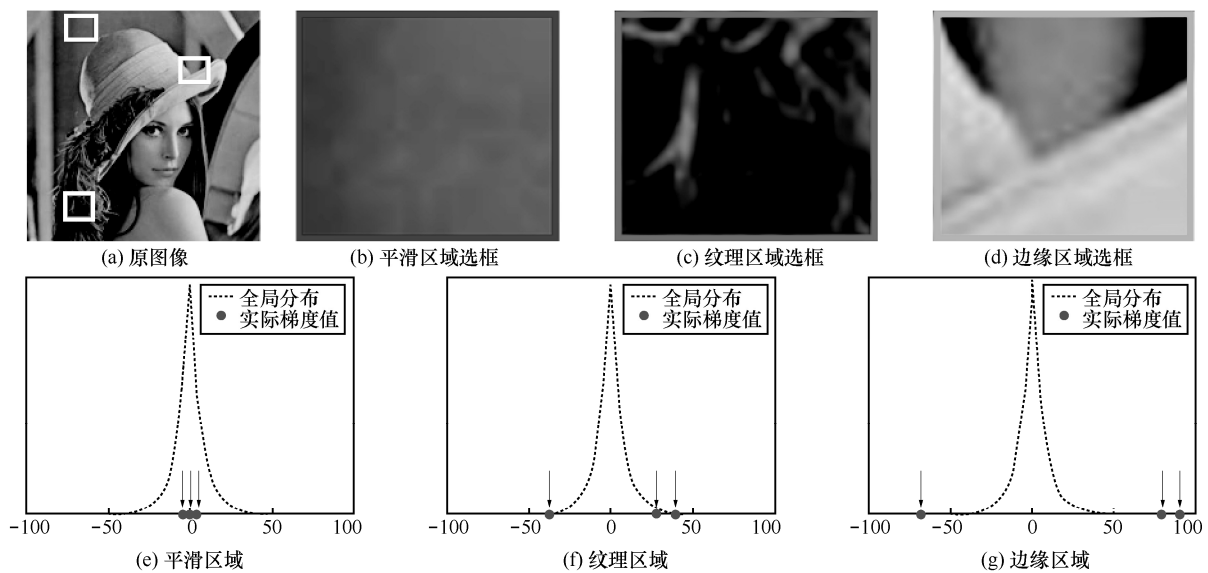


图 1 图像不同区域梯度值、边缘区域的梯度值与整体分布有显著差异

动值, 防止除数为 0, 本文设定为 $\varepsilon = 0.001$ 。

$V_x(p)$ 和 $V_y(p)$ 为梯度的相对总变差, 定义为

$$V_x(p) = \frac{\mathcal{D}_x(p)}{S_x(p) + \varepsilon} \quad (9)$$

$$V_y(p) = \frac{\mathcal{D}_y(p)}{S_y(p) + \varepsilon} \quad (10)$$

式(9)和式(10)中 $\mathcal{D}_x(p)$ 和 $\mathcal{D}_y(p)$ 是以 p 为中心的邻域窗口 $R(p)$ 内的总变差, 即

$$\mathcal{D}_x(p) = \sum_{q \in R(p)} g_{p,q} |(\partial_x I)_q| \quad (11)$$

$$\mathcal{D}_y(p) = \sum_{q \in R(p)} g_{p,q} |(\partial_y I)_q| \quad (12)$$

而 $Y_x(p)$ 和 $Y_y(p)$ 的表达式为

$$Y_x(p) = \sum_{q \in R(p)} |g_{p,q} (\partial_x I)_q| \quad (13)$$

$$Y_y(p) = \sum_{q \in R(p)} |g_{p,q} (\partial_y I)_q| \quad (14)$$

式(13)和式(14)中的 $g_{p,q}$ 是基于像素 p 和 q 相似性定义的权重函数, 满足

$$g_{p,q} = \exp\left(-\frac{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

其中, σ 控制邻域窗口的大小, 同时决定像素属于图像纹理细节还是边缘结构。纹理区域具有空间同质性, 相对梯度在计算过程中充分考虑了梯度的方向, 从而能够有效地去除纹理细节而保留图像的边缘结构信息。图 2 展示了梯度、阈值梯度以及相对梯度的图像。由于阈值梯度仅考虑梯度大小, 因此, 不能有效去除一些梯度值较大的纹理信息。而相对梯度基于梯度值和梯度方向来进行计算, 能够有效

地去除纹理细节信息, 保留图像的边缘结构。

3.2 本文提出的变分模型

针对反射分量的全变分正则项在刻画反射分量存在的不足, 本文在 TV-Retinex 模型的基础上提出基于相对梯度的 Retinex 变分模型 (RGTV-Retinex 模型)。

根据 Retinex 理论, 原图像 S 和照度分量 L 、反射分量 R 存在如下关系。

$$S = R \cdot L \quad (16)$$

假设反射分量 R 满足 $0 < R < 1$, 照度分量 L 满足 $0 < L < \infty$, 可以得到

$$L > S > 0 \quad (17)$$

为将图像放在对数域中进行处理, 首先标记

$$s = \text{lb}(S), l = \text{lb}(L), r' = \text{lb}(R) \quad (18)$$

因此, 式(16)可以重写为

$$s = l + r' \quad (19)$$

由于反射分量 R 满足 $0 < R < 1$, 易知 $r' < 0$ 。令 $r = -r' > 0$, 式(19)可以表达为

$$l = s + r \quad (20)$$

在前面讨论的基础上, 提出本文的 Retinex 变分模型为

$$\{r, l\} = \arg \min_{r, l} E(r, l) \quad (21)$$

$$E(r, l) = \int \|l - r - s\|^2 dx + \frac{\alpha}{2} \int \|\nabla r - \mathbf{E}\|_1 dx + \frac{\beta}{2} \int \|\nabla l\|_2^2 dx + \frac{\mu}{2} \int l^2 dx, \quad \text{s.t. } l \geq s, \langle \nabla l, \vec{n} \rangle = 0 \text{ on } \partial\Omega \quad (22)$$

其中, α 、 β 、 μ 分别表示对应项的权重因子, $\|l - r - s\|^2$ 为模型的保真项, $\|\nabla r - \mathbf{E}\|$ 是基于相对梯

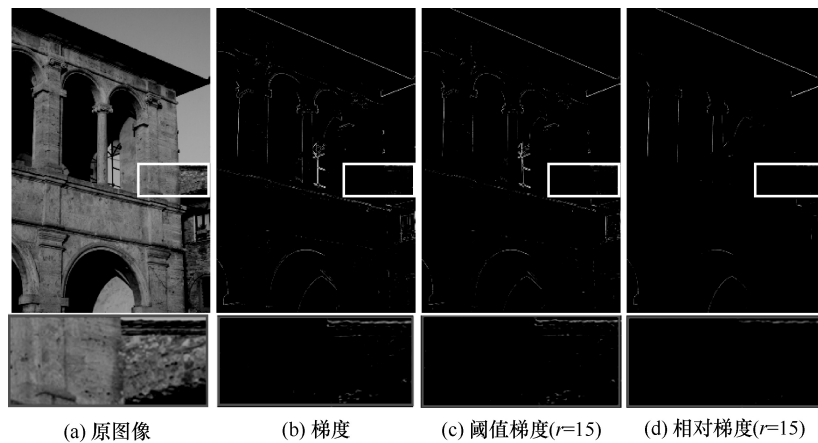


图 2 梯度、阈值梯度对比

度 $\mathbf{E}=[E_x, E_y]$ 构造的正则项, $\|\nabla l\|_2^2$ 为约束照度分量平缓变化的正则项。 ∇ 为梯度算子, $\partial\Omega$ 表示图像的边缘。 \vec{n} 为边缘处法向量。

相比于 TV-Retinex 模型使用反射分量的全变分作为正则项, 本文利用反射分量与相对梯度之差的 1 范数作为正则项来对模型进行约束, 即 $\|\nabla r - \mathbf{E}\|_1$, 修正了使用反射分量的全变分项在约束反射分量时存在的不足, 从而更好地保持图像纹理细节。

3.3 模型数值求解

由于 RGTV-Retinex 模型中存在 2 个未知数, 且 L_0 范数无法求导, 无法采用梯度下降法或其他优化方法对此模型进行求解。为此, 本文采用文献[21]提出的交替方向乘子算法 (ADMM, alternating direction method of multiplier) 来对模型进行处理。

对于 L_0 范数, 引入辅助变量 $\mathbf{H}=[H_x, H_y]$ 和误差项 $\mathbf{e}=[e_x, e_y]$, 模型可以改写为

$$E(r, l) = \int \|l - r - s\|^2 dx + \frac{\alpha}{2} \int \|\mathbf{H} - \mathbf{E}\|_1 dx + \frac{\beta}{2} \int \|\nabla l\|_2^2 dx + \frac{\mu}{2} \int l^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int \|\mathbf{H} - \nabla r - \mathbf{d}\|_2^2 dx$$

s.t. $l \geq s, \langle \nabla l, \vec{n} \rangle = 0$ on $\partial\Omega$ (23)

根据 ADMM 理论^[21], 目标函数将收敛到局部极值。由于模型包含 2 个未知量, 因此将问题分成 3 部分进行求解。具体地, 对于第 k 次迭代有

$$\mathbf{H}^k = \arg \min_{\mathbf{d}} \frac{\alpha}{2} \int \|\mathbf{H}^{k-1} - \mathbf{E}\|_1 dx + \frac{\lambda}{2} \int \|\mathbf{H}^{k-1} - \nabla r^{k-1} - \mathbf{d}\|_2^2 dx$$
 (24)

$$r^{k+\frac{1}{2}} = \arg \min_r \int \|l^{k-1} - r - s\|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int \|\mathbf{H}^{k-1} - \nabla r - \mathbf{d}\|_2^2 dx$$
 (25)

$$r^{k+1} = \max(r^{k+\frac{1}{2}}, 0)$$
 (26)

$$\mathbf{d}^k = \mathbf{d}^{k-1} - (\mathbf{H}^{k-1} - \nabla r^{k-1})$$
 (27)

$$l^{k+\frac{1}{2}} = \arg \min_l \int \|l - r^{k-1} - s\|^2 dx + \frac{\beta}{2} \int \|\nabla l\|_2^2 dx + \frac{\mu}{2} \int l^2 dx$$
 (28)

$$l^{k+1} = \max(l^{k+\frac{1}{2}}, s)$$
 (29)

迭代中值的条件为 $\frac{\|l^{k+1} - l^k\|}{\|l^{k+1}\|} \leq \varepsilon_l$ 以及 $\frac{\|r^{k+1} - r^k\|}{\|r^{k+1}\|} \leq$

ε_r 。上述 3 个子问题都具有全局最优解。 \mathbf{d}^k 的迭代

条件是按照 ADMM 算法进行设置。

根据文献[21], 式(24)和式(25)可以用一个收缩算子 (shrinkage operation) 来进行求解。即

$$H_x^k = \text{shrink}(\nabla_x r^{k-1} + d_x^{k-1}, \frac{\alpha}{\lambda}) + E_x^{k-1}$$
 (30)

$$H_y^k = \text{shrink}(\nabla_y r^{k-1} + d_y^{k-1}, \frac{\alpha}{\lambda}) + E_y^{k-1}$$
 (31)

式(30)和式(31)中, $\text{shrink}(\cdot)$ 表示收缩算子, 其表达式为

$$\text{shrink}(\mathbf{y}, \theta) = \begin{cases} \mathbf{y} - \min\{\|\mathbf{y}\|, \theta\} \cdot \frac{\mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|}, & \|\mathbf{y}\| \neq 0 \\ \mathbf{y}, & \|\mathbf{y}\| = 0 \end{cases}$$
 (32)

式(25)是一个最小平方问题, r^k 有封闭解。在此采用快速傅里叶变换法 (FFT, fast Fourier transform) 来对其进行求解。其解的表达式为

$$r^{k+\frac{1}{2}} = \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{2\mathcal{F}(l^k - s) + \lambda A}{2 + \lambda \mathcal{F}^*(\nabla x) \mathcal{F}(\nabla x) + \mathcal{F}^*(\nabla y) \mathcal{F}(\nabla y)} \right)$$

$$A = (\mathcal{F}(\nabla x) \mathcal{F}(H_x^{k+1} - dx^k) + \mathcal{F}(\nabla y) \mathcal{F}(H_y^{k+1} - dy^k))$$
 (33)

其中, \mathcal{F} 表示傅里叶变换算子, \mathcal{F}^{-1} 为逆傅里叶变换算子, \mathcal{F}^* 表示共轭转置操作。一阶导数算子经过傅里叶变换后进行了对角化, 从而避免了矩阵的转置运算。式(33)所有运算均基于像素点进行。

根据假设 $r > 0$, 使用式(26)对 r 进行修正。

对 \mathbf{d}^k 进行更新, 式(27)可以展开为

$$d_x^k = d_x^{k-1} - (H_x^{k-1} - \nabla_x r^{k-1})$$
 (34)

$$d_y^k = d_y^{k-1} - (H_y^{k-1} - \nabla_y r^{k-1})$$
 (35)

在式(34)和式(35)中, \mathbf{H}^k 、 r^k 、 \mathbf{d}^k 的迭代过程的终止条件为 $\frac{\|r^{k+1} - r^k\|}{\|r^{k+1}\|} \leq \varepsilon_r$ 。

式(28)同样可以利用快速傅里叶变换进行求解, 其解的表达式为

$$l^{k+\frac{1}{2}} = \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{2\mathcal{F}(r^{k+1} + s)}{2 + \mu + \beta(\mathcal{F}^*(\nabla x) \mathcal{F}(\nabla x) + \mathcal{F}^*(\nabla y) \mathcal{F}(\nabla y))} \right)$$
 (36)

根据假设 $l \geq s$, 使用式(29)对 l 进行修正。

l^k 迭代的终止条件为 $\frac{\|l^{k+1} - l^k\|}{\|l^{k+1}\|} \leq \varepsilon_l$ 。

综合上述过程, 本文提出的 Retinex 变分模型

的算法的流程概括如下

输入 原图像 S

输出 照度分量 L , 反射分量 R

过程

1) 初始化参数: $\alpha = 0.1, \beta = 1, \mu = 1 \times 10^{-3}, \lambda = 1, \mathbf{H}^0 = [H_x^0, H_y^0] = 0, \mathbf{d}^0 = [d_x^0, d_y^0] = 0, \varepsilon_l = 1 \times 10^{-3}, \varepsilon_r = 1 \times 10^{-3}, s = \text{lb}(S), k = 1$ 。

2) 根据式(30)和式(31)计算 \mathbf{H}^k ;

根据式(33)和式(26)计算 r^k ;

根据式(34)和式(35)计算 \mathbf{d}^k ;

根据式(36)和式(29)计算 l^k ;

$$k = k + 1;$$

3) 若 $\frac{\|l^{k+1} - l^k\|}{\|l^{k+1}\|} \leq \varepsilon_l$ 以及 $\frac{\|r^{k+1} - r^k\|}{\|r^{k+1}\|} \leq \varepsilon_r$ 。重复

步骤 2)。

4) 输出 $L = \exp(l), R = \exp(-r)$

结束

4 实验结果和分析

为测试算法的有效性,在 Matlab 软件平台下实现了本文所有算法,计算机配置是 AMD athlon II X3 445, 8 GB 内存。对比算法包括 V-Retinex 模型和 TV-Retinex 模型,其模型参数按照相应文献中推荐的参数进行设定。

在实际应用中,可以采取 2 种策略对彩色图像进行增强,一种策略是对彩色图像的三通道分别进行处理,另一种策略是先将图像转换到 HSV (色调 (hue)、饱和度 (saturation)、明度 (value)) 空间,仅对明度通道 (v) 进行处理,然后将其转换回 RGB 颜色空间。本文将主要采用第 2 种策略对图像进行处理。

4.1 模型实验结果分析

在本文实验中,一般将模型初始参数设置如下: $\alpha = 0.1, \beta = 1, \mu = 1 \times 10^{-3}, \lambda = 1$ 。模型迭代终止条件设置为: $\varepsilon_l = 1 \times 10^{-3}, \varepsilon_r = 1 \times 10^{-3}$ 。图 3 展示了不同算法获取的照度分量和反射分量。由于 V-Retinex 模型不能直接求取反射分量,其反射分量通过 $R = \frac{S}{L}$ 来进行求取。从图 3 中可以看出,相比于其他 2 种算法,本文算法估计得到的照度分量更加光滑,与照度分量存在空间平滑性的假设相一致。同时,本文估计得到的反射分量能够分辨出更

多的结构信息,同时保留更多的细节要素。

在本文提出的 RGTV-Retinex 模型中, α, β, μ 都会影响获取的照度分量和反射分量。 β 用于对照度分量进行约束,一般而言, β 值越大,照度分量越光滑,而 α, μ 对照度分量和反射分量的影响较小。图 4 展示了不同的 β 值对图像照度分量和反射分量生产的影响,其中第一行为反射分量,第二行为照度分量。由图 4 可以看出,随着 β 值增加,模型获取的照度分量越光滑,而反射分量的结构细节越清晰,同时获取的增强图像清晰度也相对越好。在获取图像的照度分量和反射分量以后,就可以对照度分量进行调整,如使用伽马校正等,实现对图像进行整体亮度进行均衡和增强。

4.2 Retinex 变分模型应用

Retinex 变分模型的一个重要应用就是对图像进行增强。参考文献[11,15]的做法,令 L 和 R 分别表示变分 Retinex 模型获取的照度分量和反射分量。首先对照度分量进行伽马矫正,即

$$L^{\text{enhanced}} = W \left(\frac{L}{W} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (37)$$

其中,通常设 $W = 255, \gamma = 2.2$ 。在获取增强的照度分量 L^{enhanced} 之后,就可以对图像 S 进行增强,其表达式为

$$S^{\text{enhanced}} = \left(\frac{S}{L} \right) L^{\text{enhanced}} \quad (38)$$

由于本文提出的算法能够同时获取图像的照度分量和反射分量,因此,可以直接利用式(39)对图像进行照度增强

$$S^{\text{enhanced}} = R L^{\text{enhanced}} \quad (39)$$

图 4 第 3 行展示了本文模型在不同参数下按照式(39)对原图像的增强效果。

事实上,照度分量反映了图像变化缓慢的低频信息,而反射分量反映了图像变化剧烈的高频信息。在应用中,通过调节照度分量可以实现对图像整体视觉效果的均衡,如 4.2 节中通过对照度分量进行伽马矫正从而提升图像的整体视觉效果;而通过对反射分量进行处理可以对图像的局部信息如边缘角点等细节信息进行调节,如细节增强等。本文在大量实验的基础上提出了一种新的综合考虑照度信息和反射信息的图像增强模型,即

$$S^{\text{enhanced}} = \exp(f(-r) + g(l)) \quad (40)$$

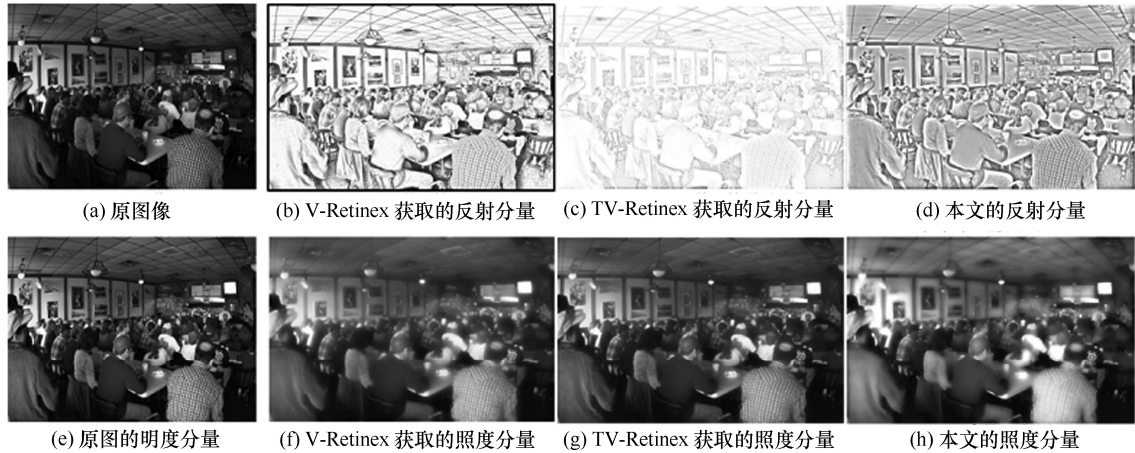


图 3 Retinex 变分模型算法结果比较

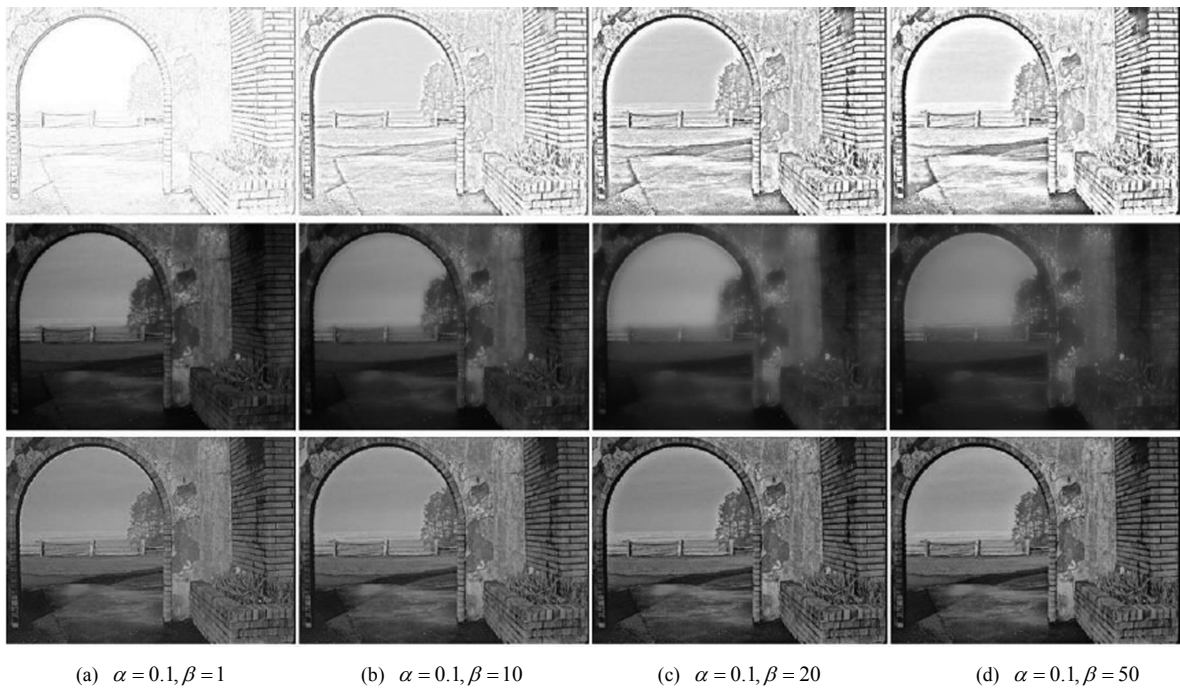


图 4 不同参数对结果影响 (第 1 行: 反射分量, 第 2 行: 照度分量, 第 3 行: 增强图像)

式(40)中 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 分别表示对对数域中的反射分量和照度分量进行处理的函数。在大量实验的基础上, 本文发现将 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 简化为线性函数完全可以满足实际需求, 即

$$S^{\text{enhanced}} = \exp(c_1(-r) + c_2(l) + c_3) \quad (41)$$

通过对参数 c_1 、 c_2 、 c_3 进行调节, 可以使本文提出的增强模型满足许多的图像应用, 如非均匀图像增强、低照度图像增强、高动态图像色调映射 (HDR tone mapping)、细节增强等。在本文中, 称参数 c_1 为反射分量调节参数, c_2 为照度分量调整参数, c_3 为整体调整参数。

事实上, 式(37)可以写成

$$\begin{aligned} S^{\text{enhanced}} &= \exp\left((-r) + \frac{1}{\gamma}(l - \text{lb}W) + \text{lb}W\right) \\ &= \exp\left((-r) + \frac{1}{\gamma}(l) + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\text{lb}W\right) \end{aligned} \quad (42)$$

即当 $c_1 = 1, c_2 = \frac{1}{\gamma}, c_3 = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\text{lb}W$ 时, 式(37)可以认为是本文提出的增强模型的特例。在实际应用中, 需要将本文提出的 RGTV-Retinex 模型参数设置如下: $\alpha = 0.1, \beta = 1$, 从而保障反射分量的绝大多数像素值

分布在高值区域，从而将边缘角点等凸显出来。

4.2.1 非均匀照度增强

由于场景光照分布不均匀以及图像采集设备等原因，人们获取的图像经常存在整体照度不均匀、图像清晰度低等现象，此类图像的增强被称之为非均匀照度图像增强 (non-uniform illumination image)。非均匀照度图像增强需要在对图像整体照度分布进行均衡化的同时，实现对图像的边缘细节的增强，从而达到图像亮度的整体均衡以及图像清晰度增加的目的。由于上述特点，通常可以设置参数如下： $c_1 = 1.5, c_2 \in [1.1, 1.5]$ 。针对整体像素值比较低的图像，可以通过调整参数 c_3 来提升图像整体亮度， $c_3 \in [0.1, 2.0]$ 。

为合理评价本文算法，选取近年来提出的

LIME 算法^[22]、带彩色恢复的多尺度 Retinex 算法 (MSRCR)、文献[23]提出的非均匀照度图像自然色彩恢复 (ENR, efficient naturalness restoration) 算法，文献[24]提出的基于自然色彩保持特性的增强算法 (NPE, naturalness preserved enhancement) 进行实验对比。其中，LIME 算法、ENR 算法和 NPE 算法都来自于作者提供的源码，其参数设置都按照相关论文作者推荐的参数，MSRCR 算法来自于文献[25]提供的 Matlab 代码。实验所使用的图像均来自于 NASA 专题网站是非均匀照度增强方面的公开数据。从图 5 和图 6 中可以看出本文提出算法的增强清晰度最好，同时能够平衡处理图像整体亮度和图像细节展示的关系。

为客观评价算法，选取局部标准差平均值



图 5 非均匀照度图像 (Girl) 增强算法效果比较

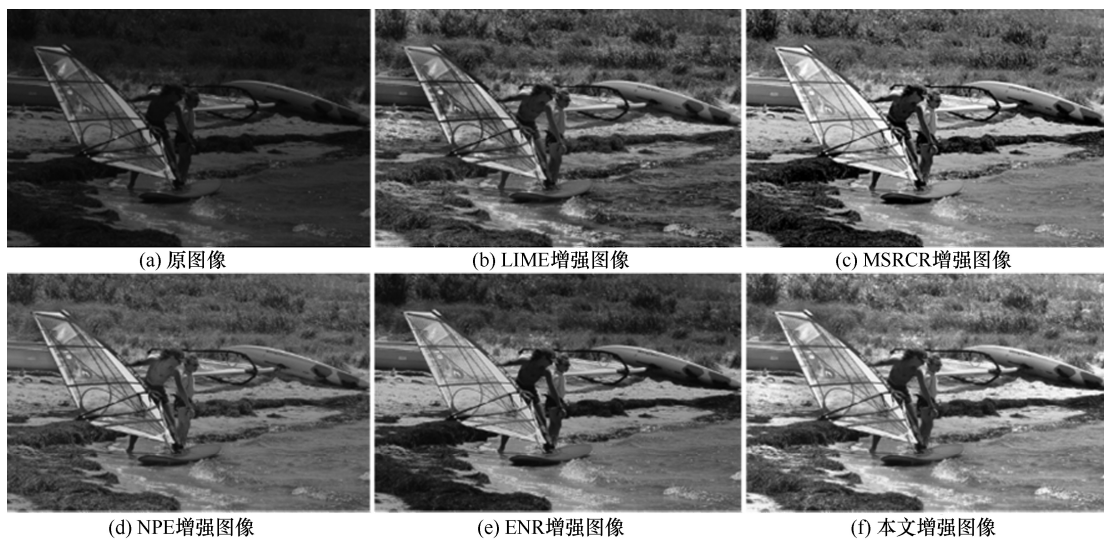


图 6 几种非均匀照度图像 (Beach) 增强算法效果比较

(ALSD, average local standard deviation)、信息熵 (entropy), 以及平均梯度(AG, average gradient)^[26]等指标对图像进行评价。

ALSD 首先将图像进行分块 (本文中分块尺寸为 25×25), 取分块图像的标准差平均值作为图像对比度评价指标。

信息熵用于度量图像信息的丰富程度, 信息熵越大表明信息越丰富, 其定义为

$$E = -\sum_{i=1}^M p(x_i) \lg p(x_i) \quad (43)$$

平均梯度反映图像细节对比的表达能力, 它是图像清晰度的重要表征。

表 1 展示了对图 5 和图 6 的指标评价结果, 从表 1 中可以看出, 本文算法在 3 项指标中都表现出最好的结果, 表明了本文算法的优越性。表 2 展示了各算法处理时间, 由于本文算法在运算是需要进行多次迭代, 因此与其他算法相比处理时间长。

表 1 图 5 和图 6 非均匀照度图像增强结果各指标比较

图序	entropy	ALSD	AG
图 5(a)	7.13	22.62	3.97
图 5(b)	7.59	34.51	7.02
图 5(c)	7.42	34.14	4.39
图 5(d)	7.55	30.70	5.05
图 5(e)	7.45	34.85	5.74
图 5(f)	7.70	42.58	7.08
图 6(a)	6.84	18.95	7.82
图 6(b)	7.51	37.71	17.98
图 6(c)	6.99	25.14	8.42
图 6(d)	7.70	32.97	14.00
图 6(e)	7.28	31.25	13.86
图 6(f)	7.71	41.62	17.34

表 2 非均匀照度图像增强各算法处理时间/s

图序	LIME	MSRCR	ENR	NPE	本文算法
图 5	4.360 0	13.370 0	1.903 2	226.140 0	12.500 0
图 6	0.826 8	3.260 4	0.577 2	38.750 0	2.010 0

4.2.2 高动态图像色调映射

本文提出的增强模型能够很好地用于高动态图像色调映射^[27~29]。高动态图像色调映射需要解决 2 个问题^[30]即: 1)实现对高动态范围图像的压缩, 使其保持在[0,255]; 2)在压缩动态范围的同时对图像的细节进行增强。本文提出的增强模型, 能够简单地通过调节 c_1 、 c_2 参数来解决上述 2 个问题。根据本文模型, 通过对图像的照度信息进行均衡化或增强来实现对图像范围的压缩; 通过对图像的反射分量进行处理, 可以实现细节的保持和增强, 同时对 c_1 赋予不同的值来满足对细节保持和增强的不同程度要求。通常, c_1 的值越大, 细节增强的效果越显著。

根据大量实验的经验结果, 本文建议在进行高动态图像色调映射时将照度分量调整参数 c_2 的设置在于[1.0,1.2], 反射分量调整参数 c_1 设置为[1,10]。为评价本文算法, 选择文献[28]提出的梯度域高动态范围图像压缩算法 (Fattal)、文献[29]提出的基于 LLF 算法、文献[27]提出的基于 WLS 的算法进行比较。实验数据来源于文献[27]。色调映射效果如图 7 所示。由图 7 可以看出, Fattal 算法整体亮度比较好, 但细节模糊、清晰度比较低; LLF 算法和 WLS 算法的清晰度比较高但图像整体亮度比较低。与上述 3 种算法相比, 本文算法能够在提升图像整体亮度的同时增强图像的细节, 显示了本文算法优越性。为客观评价算法的效果, 参考文献[31], 使用信息熵、局部标准平均值和平均亮度 3 种指标



(a) 原图 (b) Fattal算法 (c) LLF算法 (d) WLS算法 (e) 本文算法

图 7 高动态色调映射算法效果比较

来进行评价, 结果如表 3 所示。由表 3 可见, 本文算法在信息熵和局部方差平均值方面都是最优的, 表明本文算法在信息丰富程度和对比度方面都较好, 而图像整体亮度也比较好。在运算速度方面, 本文算法明显优于其他算法。

表 3 高动态图像色调映射算法客观评价

算法	entropy	ALSD	平均亮度	处理时间/s
原图像	6.71	30.12	73.4	—
Fattal	7.19	47.83	119.59	87.1
LLF	7.1	36.34	85.74	245.6
WLS	6.72	34.54	59.85	27.2
本文算法	7.58	55.73	117.96	10.1

5 结束语

本文针对全变分 Retinex 模型存在的问题, 借鉴阈值梯度的思想, 引入相对梯度的概念, 提出了一种新的基于相对梯度正则化的 Retinex 变分模型。与阈值梯度相比, 相对梯度能够有效地去除纹理信息, 同时保持图像的边缘结构, 从而有效地对反射分量进行约束。进而, 本文利用交替方向乘子算法来对模型进行求解。在新的变分 Retinex 模型的基础上, 本文提出了一种综合考虑照度信息和反射信息的图像增强模型, 通过调整模型中的参数, 该模型可以很好地用于高动态图像色调映射、非均匀照度图像增强等领域。实验表明, 与其他算法相比, 本文提出新的变分 Retinex 模型以及综合图像增强模型能够取得相同或者更好的效果。

参考文献:

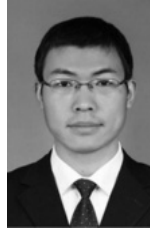
- [1] LAND E H, MCCANN J J. Lightness and Retinex theory[J]. Journal of the Optical Society of America, 1971, 61(61):1-11.
- [2] LAND E H. An alternative technique for the computation of the designator in the Retinex theory of color vision[J]. The National Academy of Sciences, 1986, 83(10):3078-3080.
- [3] BRAINARD D H, WANDELL B A. Analysis of the Retinex theory of color vision[J]. Journal of the Optical Society of America A Optics & Image Science, 1986, 3(10):1651.
- [4] RIZZI A. Designator Retinex, milano Retinex and the locality issue[J]. Electronic Imaging, 2016, 2016(6): 1-5..
- [5] LAND E H. Recent advances in Retinex theory and some implications for cortical com-putations: color vision and the natural image[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1983, 80(16):5163-5169.
- [6] PROVENZI E, FIERRO M, RIZZI A, et al. Random spray Retinex: a new Retinex implementation to investigate the local properties of the model[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(1): 162-171.
- [7] KOLÅS Ø, FARUP I, RIZZI A. Spatio-temporal Retinex-inspired envelope with stochastic sampling: a framework for spatial color algorithms[J]. Journal of Imaging Science & Technology, 2011, 55(4):40503-1-40503-10.
- [8] JOBSON D J, RAHMAN Z U, WOODDELL G A. A multiscale Retinex for bridging the gap between color images and the human observation of scenes[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(7): 965-976.
- [9] JOBSON D J, RAHMAN Z, WOODDELL G A. Properties and performance of a center/surround Retinex[J]. IEEE Transactions on Image Processing A Publication of the IEEE Signal Processing Society, 1997, 6(3):451-62.
- [10] MOREL J M, PETRO, SBERT C. A PDE formalization of Retinex theory[J]. IEEE Transactions on Image Processing a Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2010, 19(11):2825-2837.
- [11] KIMMEL R, ELAD M, SHAKED D, et al. A variational framework for Retinex[J]. International Journal of Computer Vision, 2003, 52(1):7-23.
- [12] MA W. Variational models in image and signal enhancement[J]. Dissertation & Theses-Gradworks. 2011.
- [13] MA W Y, OSHER S, et al. A TV bregman iterative model of retinex theory[J]. Inverse Problems & Imaging, 2012, 4(4):697-708.
- [14] MA W, MOREL J M, OSHER S, et al. An L1 -based variational model for Retinex theory and its application to medical images[C]//CVPR 2011: 153-160.
- [15] NG M K, WANG W. A total variation model for Retinex[J]. Siam Journal on Imaging Sciences, 2011, 4(1):345-365.
- [16] WANG W K, NG M. A nonlocal total variation model for image decomposition: illumination and reflectance[J]. Numerical Mathematics Theory Methods & Applications, 2014, 7(3):334-355.
- [17] ZOSSO D, TRAN G, OSHER S J. Non-local Retinex-a unifying framework and beyond[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2015, 8(2): 787-826..
- [18] DOU Z Y, GAO K, ZHANG B, et al. Realistic image rendition using a variable exponent functional model for Retinex[J]. Sensors, 2016, 16: 1-16.
- [19] LIU H, XIONG R, ZHANG X, et al. Non-local gradient sparsity regularization for image restoration[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems for Video Technology, 2016:1.
- [20] WANG Y, LIU H, WU Z. Towards relative gradient and its applications[C]//Sixth International Conference on Graphic and Image Processing (ICGIP 2014). International Society for Optics and Photonics, 2015.
- [21] GOLDSTEIN T, OSHER S. The split bregman method for l1-regularized problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 323-343.
- [22] GUO X, YU L, LING H. LIME: Low-light image enhancement via illumination map estimation[J]. IEEE Transactions on Image Processing a Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2016,

- 26(2):982-993.
- [23] SHIN Y, JEONG S, LEE S. Efficient naturalness restoration for non-uniform illumination images[J]. IET Image Processing, 2015, 9(8):662-671.
- [24] WANG S, ZHENG J, HU H M, et al. Naturalness preserved enhancement algorithm for non-uniform illumination images[J]. IEEE Transactions on Image Processing a Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2013, 22(9): 3538-3548.
- [25] XIAOMENG Y U, CHANG H, QUANBAN L I, et al. Improved multi-scale Retinex image enhancement algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2010, 30(8):2091-2093.
- [26] 刘志成, 王殿伟, 刘颖, 等. 基于二维伽马函数的光照不均匀图像自适应校正算法[J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(2):191-196.
- LIU Z C, WANG D W, LIU Y, et al. Adaptive adjustment algorithm for non-uniform illumination images based on 2D gamma function[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016(2):191-196.
- [27] FARBMAN Z, FATTAL R, LISCHINSKI D, et al. Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation[J]. ACM Transactions on Graphics, 2008, 27(3):15-19.
- [28] FATTAL R, LISCHINSKI D, WERMAN M. Gradient domain high dynamic range compression[J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 249-256.
- [29] PARIS S, HASINOFF S W, KAUTZ J. Local Laplacian filters: edge-aware image processing with a Laplacian pyramid[J]. ACM Transactions on Graphics, 2011, 30(4):1244-1259.
- [30] TUMBLIN J. Low curvature image simplifiers (LCIS): a boundary hierarchy for detail - preserving contrast reduction[C]//Conference on Computer Graphics & Integrative Techniques. 1999:83-90.
- [31] 都琳, 孙华燕, 王帅, 等. 针对动态目标的高动态范围图像融合算

法研究[J]. 光学学报, 2017(4): 109-117.

DU L, SUN H Y, WANG S, et al. High dynamic range image fusion algorithm for moving targets[J]. Acta Optica Sinica, 2017(4): 109-117.

作者简介:



智宁 (1990-), 男, 山西运城人, 北京大学博士生, 主要研究方向为空间信息智能处理与理解。



毛善君 (1964-), 男, 四川成都人, 博士, 北京大学教授, 主要研究方向为数学地质、地理信息系统、数字矿山、智能矿山。



李梅 (1978-), 女, 陕西岐山人, 博士, 北京大学副教授, 主要研究方向为三维 GIS、三维地学建模与可视化、时空数据模型与应急响应模拟。